



Federación
Iberoamericana
de Ingeniería
Mecánica



8º CONGRESO IBEROAMERICANO DE INGENIERIA MECANICA Cusco, 23 al 25 de Octubre de 2007

UTILIZACIÓN DE EVOLUCIÓN DIFERENCIAL MULTI OBJETIVO EN EL DISEÑO MECATRÓNICO DE UNA TRANSMISIÓN DE VARIACIÓN CONTINUA.

Portilla-Flores E.A.*, Mezura-Montes E.º, Alvarez-Gallegos J.***, Coello-Coello C.A.ºº, Cruz-Villar C.A.**.

*Universidad Autónoma de Tlaxcala-Facultad de Ciencias Básicas Ingeniería y Tecnología, Calz. Apizaquito s/n Km. 1.5, Apizaco Tlax. 90300 MEXICO, ºLaboratorio Nacional de Informática Avanzada (LANIA A.C.), Rébsamen 80 Centro, Xalapa Veracruz 91000 MEXICO, ***CINVESTAV-IPN Departamento de Ingeniería Eléctrica, Sección Mecatrónica, Av. IPN No. 2508 Col. San Pedro Zacatenco, México D.F. 07360 MEXICO, ººCINVESTAV-IPN (Grupo de Computación Evolutiva) Departamento de Computación, Av. IPN No. 2508 Col. San Pedro Zacatenco, México D.F. 07360 MEXICO.

eportilla@ingenieria.uatx.mx , emezura@lania.mx , jalvarez@cinvestav.mx , ccoello@cs.cinvestav.mx , cacruz@cinvestav.mx

RESUMEN

En este trabajo se presenta la utilización de una técnica heurística para resolver el problema de diseño mecatrónico de una transmisión de variación continua (TVC) del tipo piñón cremallera. El problema de diseño se establece como un problema de optimización dinámica multiobjetivo (MDOP) debido a que dentro del enfoque de ingeniería mecatrónica la obtención de los parámetros de diseño del sistema se obtienen considerando en forma concurrente aspectos de la estructura mecánica así como dinámicos del mismo. Lo anterior con el propósito de producir flexibilidad mecánica, electrónica y de control en el diseño resultante. El enfoque heurístico de solución utilizado en el presente trabajo, debido a su sencillez de implementación computacional y uso, es el de evolución diferencial (ED). Sin embargo, dada la naturaleza del problema de diseño resultante, se modifica el algoritmo tradicional. Las modificaciones al enfoque de ED, así como los resultados obtenidos se discuten desde el punto de vista de robustez, tiempo computacional y aplicación práctica.

PALABRAS CLAVE: Diseño paramétrico óptimo, Optimización multiobjetivo, Evolución diferencial, Transmisión de variación continua.

INTRODUCCIÓN

Actualmente muchos sistemas pueden ser considerados como un sistema mecatrónico, pues en dichos sistemas se integran elementos de diseño mecánicos, electrónicos, eléctricos, computacionales y de control; por lo que cada día el "proceso de diseño" se vuelve más complejo en el sentido de que los problemas a resolver no son ya única y exclusivamente de una área del conocimiento. El problema, así entendido, ha sido establecido en diferentes formas: el enfoque de diseño tradicional utiliza un problema de optimización estático, el cual considera el aspecto mecánico en forma separada del aspecto dinámico. Esto, aunado a técnicas clásicas de programación matemática para la obtención de las soluciones es uno de los enfoques más utilizados. Sin embargo, en fechas recientes el enfoque que ofrece el diseño concurrente es interesante. En este enfoque, el modelo cinemático y dinámico del sistema mecánico y del controlador son considerados al mismo tiempo en conjunto con los criterios de desempeño del sistema para establecer un problema de optimización dinámico multiobjetivo (PODM) [1][2]. El resultado de esta metodología de diseño es obtener un conjunto de parámetros mecánicos y del controlador en una sola etapa, los cuales se pretende que permitan una fácil reconfiguración del sistema.

Por otro lado la implementación de nuevos algoritmos computacionales basados en técnicas heurísticas, proporcionan herramientas poderosas para obtener las soluciones de los problemas de diseño resultantes. Los algoritmos evolutivos (AEs) son aquellos que basan su funcionamiento en el proceso de selección natural propuesto por C. Darwin. Estos algoritmos, clasificados como heurísticos, no aseguran obtener el óptimo global, sin embargo producen una muy buena solución en un tiempo razonable, además que no se requiere del conocimiento específico del problema a resolver [3]. La principal ventaja al utilizar AEs es que éstos se basan en un conjunto de puntos iniciales o conjunto de vectores de las variables de diseño (llamado población) los cuales son generados en forma aleatoria, lo cual evita la sensibilidad al punto inicial de búsqueda de la solución (típicamente encontrada en los métodos de optimización clásica) [1]. La Evolución Diferencial (ED) es un AE en el cual las variables se representan mediante números reales, lo cual es conveniente cuando se aplica a problemas de diseño de sistemas. Además, su implementación computacional es sencilla [4].

En este trabajo presentamos la utilización del algoritmo evolutivo denominado Evolución Diferencial como método de solución para el problema de diseño paramétrico óptimo de una transmisión de variación continua (TVC) el cual se establece como un PODM. El artículo se encuentra organizado de la siguiente forma: En la Sección 2 se presenta el enfoque de solución utilizando ED explicándose las diferentes modificaciones para su aplicación en la obtención de soluciones del PODM. En la Sección 3 se presenta el problema de diseño paramétrico óptimo de la TVC así como su transcripción en un PODM. En la Sección 4 se analizan y discuten los resultados obtenidos desde el punto de vista de robustez, tiempo computacional y aplicación práctica. Finalmente, en la Sección 5 se presentan las conclusiones y trabajo a futuro.

EVOLUCION DIFERENCIAL MULTI OBJETIVO

En los AEs, una población está compuesta por varios individuos; un individuo es una solución al problema la cual está codificada según las necesidades del problema (por ejemplo, una codificación binaria). El espacio Euclidiano que definen las funciones objetivo así como la región factible determinada por las restricciones es en donde los individuos se desenvuelven para determinar que tan "aptos" son para sobrevivir. La aptitud de cada individuo está relacionada con el valor que se obtiene al evaluarlo en la función objetivo. En el caso de minimización, un individuo es mejor que otro cuando el primero tiene un menor valor en la función objetivo con respecto al segundo. La evolución se realiza cuando a un conjunto de individuos (denominados padres) de la población se les aplica operadores probabilísticos (cruza y mutación) para obtener nuevos individuos (llamados hijos) que mantienen algunas propiedades de los antecesores, los cuales se eliminan mediante un reemplazo (determinista o probabilístico). Este proceso se realiza para cada uno de los individuos de la población hasta formar una nueva población con nuevos individuos. Lo anterior se lleva a cabo un cierto número de iteraciones llamadas generaciones. La ED, propuesta por Price [4], es un AE en el cual las variables se representan mediante números reales, la población inicial de individuos, conocidos como vectores, se genera de forma aleatoria y se utiliza un operador especial de mutación que realiza una combinación lineal con las diferencias entre pares de vectores (r_1 y r_2) y un vector llamado vector base (r_3), todos seleccionados usualmente de manera aleatoria. Resultado de la mutación, se genera un vector llamado vector de mutación, el cual se recombinará con otro vector de la población denominado padre (el cual está sujeto a ser reemplazado) para producir un vector hijo. Una vez que se tiene al vector hijo, se realiza una selección entre los vectores padre e hijo de forma determinista, el mejor de ellos permanecerá en la población de la siguiente generación. Como puede notarse, ED no utiliza una codificación binaria como un algoritmo genético tradicional y no utiliza una distribución de probabilidad fija para su operador de mutación como una estrategia evolutiva [4]. De hecho, su operador de mutación utiliza la distribución actual de los vectores en la

población, lo cual permite adaptar la mutación a la situación de búsqueda propia que tenga el algoritmo, lo cual parece ser una de sus principales ventajas [4].

Algoritmo de ED para optimización global

La versión estándar de la ED (conocida como DE/rand/1/bin) se muestra en la Figura (1). La cantidad máxima de generaciones G_{\max} , el tamaño de la población NP y los parámetros F y CR son definidos por el usuario. El parámetro $CR \in [0,1]$ controla la influencia del vector de mutación en la generación del vector hijo. Valores cercanos a 1 implican que el vector hijo será muy parecido al vector de mutación. Por el contrario, valores cercanos a 0 indican que el vector hijo será muy parecido al vector padre. El parámetro $F \in (0,1+]$ escala las diferencias entre vectores para calcular el vector de mutación. La función $\text{randint}(\text{min},\text{max})$ regresa un número entero entre min y max, $\text{rand}[0,1)$ es una función que regresa un número real entre 0 y 1. Ambas funciones están basadas en una distribución uniforme de números aleatorios.

```

Begin
   $G = 0$ 
  Crear aleatoriamente la población inicial  $\vec{x}_G \forall i, i = 1, \dots, NP$ 
  Evaluar  $f(\vec{x}_G) \forall i, i = 1, \dots, NP$ 
  For  $G = 1$  to  $G_{\max}$  Do
    For  $i = 1$  to  $NP$  Do
      Seleccionar aleatoriamente  $r_1 \neq r_2 \neq r_3$ 
       $j_{rand} = \text{randint}(1,D)$ 
      For  $j = 1$  to  $D$  Do
        If  $(\text{rand}_j[0,1) < CR \text{ or } j=j_{rand})$  then
           $u_{j,G+1}^i = x_{j,G}^{r_3} + F(x_{j,G}^{r_1} - x_{j,G}^{r_2})$ 
        Else
           $u_{j,G+1}^i = x_{j,G}^i$ 
        End if
      End for
      If  $(f(\vec{u}_{G+1}^i) \leq f(\vec{x}_G^i))$  then
         $\vec{x}_{G+1}^i = \vec{u}_{G+1}^i$ 
      Else
         $\vec{x}_{G+1}^i = \vec{x}_G^i$ 
      End if
    End For
     $G = G + 1$ 
  End For
End

```

Figura 1: Algoritmo de Evolución Diferencial.

Algoritmo de ED para optimización multiobjetivo.

Dado que en el presente trabajo se establece el diseño concurrente como un PODM, se modificó la versión estándar de ED (originalmente diseñada para optimización mono-objetivo sin restricciones) para aplicarla a dicho problema. Aunque en la literatura especializada se encuentran diferentes propuestas de ED para optimización multiobjetivo [5], todas ellas incluyen modificaciones complejas y parámetros adicionales. Por lo tanto, se decidió el diseñar una

propia, teniendo como motivación principal, su sencillez de implementación. Cuatro aspectos importantes se modificaron en el algoritmo tradicional (DE/rand/1/bin) de la ED:

1. El criterio de selección del mejor vector se modificó. Se utilizó el criterio de Dominancia de Pareto para tal fin [5].
2. Se anexó un mecanismo para el manejo de las restricciones del problema [6].
3. Se agregó un archivo externo para almacenar los vectores no dominados que se obtienen durante el proceso.
4. Se incluyó un operador de “crowding” para promover la generación uniforme del Frente de Pareto que se obtiene de los vectores no dominados.

La versión original de ED elige entre el vector padre e hijo con base en el valor de la única función objetivo. Sin embargo esta estrategia no se puede aplicar en la optimización multiobjetivo con restricciones, por lo que se optó por utilizar el criterio de Dominancia de Pareto para esta selección [5]. De esta manera el vector que sea no dominado permanecerá en la población para la siguiente generación.

Para el manejo de las restricciones del problema se utilizó el conjunto de reglas de factibilidad de Deb, incorporados a ED originalmente en [6]. Estos criterios permiten dirigir la búsqueda hacia la zona factible del espacio de soluciones:

- Entre dos vectores factibles, el que domina al otro es escogido.
- Si un vector es factible y el otro no lo es, aquel factible es escogido.
- Si ambos vectores son no factibles, aquel con la menor suma de restricciones violadas, es escogido.

Los criterios anteriores se aplican cuando el vector hijo es comparado con el vector padre sujeto a ser reemplazado. Con la finalidad de conservar el conjunto de óptimos de Pareto (soluciones óptimas al problema), se implementó un mecanismo de memoria externa (archivo externo). Al terminar cada generación (iteración), los vectores no dominados de la población actual se insertan en la memoria externa; este proceso requiere de una verificación de no dominancia con respecto a los vectores que ya se encuentren almacenados en la memoria externa. De esta forma, al final del proceso, los vectores contenidos en dicha memoria serán el conjunto de óptimos de Pareto del problema multiobjetivo.

Finalmente, se incorporó un operador de crowding, cuya finalidad es favorecer la generación de vectores de manera uniforme a lo largo del Frente de Pareto. De esta manera, el tomador de decisiones contará con una mayor gama de posibilidades para elegir la solución óptima más adecuada. Dicho mecanismo se aplica al escoger a los 3 vectores (r_1 , r_2 y r_3) y funciona de la siguiente manera: en lugar de escoger estos 3 vectores de manera aleatoria (como se indica en la Figura 1), se elegirán del archivo externo de vectores no dominados considerando su correspondiente valor de crowding. Valores altos de crowding caracterizan a vectores en zonas alejadas de las demás soluciones no dominadas, por ende tendrán preferencia en ser escogidos, esto con la intención de generar más vectores en esas zonas del Frente de Pareto. Este mecanismo se activa de acuerdo a un parámetro denominado CRW (Crowding ratio) el cual puede tomar valores de $0 \leq CRW \leq 1$, de tal forma que la selección de los individuos para calcular el vector de mutación se realiza de la manera tradicional (aleatoriamente) en las primeras generaciones del proceso evolutivo, y en la parte final se realiza tomando en cuenta el operador de crowding. Por ejemplo, si $CRW = 0.6$ y $G_{max} = 200$, las primeras 120 generaciones la selección de r_1 , r_2 y r_3 se realiza de manera aleatoria y en las últimas 80 mediante el mecanismo de crowding. La intención es que en la primera parte del proceso de optimización se generen vectores no dominados sin importar la región del Frente donde se localicen, y que en la segunda parte, la búsqueda de nuevos vectores no dominados se centre en las zonas donde existan aún pocos vectores en el Frente de Pareto.

PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN DINÁMICO MULTI OBJETIVO PODM.

La Fig. 1 muestra el prototipo experimental de la transmisión de variación continua del tipo piñón-cremallera. En [2] se establece el diseño óptimo de estructura y de control de una transmisión de variación continua (TVC) del tipo piñón cremallera. En dicho trabajo se propone el diseño paramétrico óptimo de la TVC considerando dos criterios de desempeño para el sistema en estudio: (1) eficiencia mecánica del sistema de engranajes y (2) energía del controlador. El modelo dinámico, las restricciones de diseño y el vector de variables de diseño son propuestos con el fin de llevar a cabo el rediseño del sistema.



Figura 2: Prototipo experimental de la TVC de piñón-cremallera.

Con el propósito de obtener el conjunto óptimo de parámetros para el rediseño de la TVC [2], el problema de optimización dinámico multiobjetivo se establece como:

Encontrar $p^* \in R^6$ tal que:

$$\min_{p \in R^6} \Phi(x, p, t) = [\Phi_1, \Phi_2]^T \quad (7)$$

Donde:

$$\Phi_1 = \int_0^{10} \left[\frac{1}{p_1} \left(\frac{p_1 p_2 + x_3 \cos \theta_R}{\frac{p_1 p_2}{2} + x_3 \cos \theta_R} \right) \right] dt \quad (8)$$

$$\Phi_2 = \int_0^{10} u^2 dt \quad (9)$$

Sujeto a:

$$\dot{x}_1 = \frac{AT_m + \left[J_1 A \frac{2x_3}{p_1 p_2} \sin \theta_R \right] x_1^2 - \left[b_2 + b_1 A^2 + J_1 A \frac{2x_4}{p_1 p_2} \cos \theta_R \right] x_1 - T_L}{J_2 + J_1 A^2} \quad (10)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{u(t) - \left(\frac{nK_b}{d} \right) x_4 - R x_2}{L} \quad (11)$$

$$\dot{x}_3 = x_4 \quad (12)$$

$$x_4 = \frac{\left(\frac{nK_f}{d} \right) x_2 - \left(b_l + \frac{b_c}{r_p d} \right) x_4 - \frac{T_m}{r_p} \tan \phi \cos \theta_R}{M + \frac{J_{eq}}{d^2}} \quad (13)$$

Con:

$$u(t) = -p_5 (x_{ref} - x_1) - p_6 \int_0^t (x_{ref} - x_1) dt \quad (14)$$

$$J_1 = \frac{1}{32} \rho \pi p_2^4 (p_1 + 2)^2 p_1^2 p_3 \quad (15)$$

$$J_2 = \frac{\rho p_3}{4} \left[3\pi r_c^4 - \frac{32}{3} (p_4 + p_1 p_2)^4 - \frac{1}{4} \pi r_s^4 \right] \quad (16)$$

$$A = 1 + \frac{2x_3}{p_1 p_2} \cos \theta_R \quad (17)$$

$$d = r_p \tan \lambda \quad (18)$$

$$\theta_R = \frac{1}{2} \arctan \left[\tan \left(2x_1 t - \frac{\pi}{2} \right) \right] \quad (19)$$

$$\vec{p} = [N, m, h, e_{\max}, K_p, K_i]^T \quad (20)$$

Sujeto a las restricciones:

$$g_1 = 0.01 - p_2(p_1 - 2.5) \leq 0 \quad (21)$$

$$g_2 = 6 - \frac{p_3}{p_2} \leq 0 \quad (22)$$

$$g_3 = \frac{p_3}{p_2} - 12 \leq 0 \quad (23)$$

$$g_4 = p_1 p_2 - p_4 \leq 0 \quad (24)$$

$$g_5 = p_4 - \frac{5}{2} p_1 p_2 \leq 0 \quad (25)$$

$$g_6 = 12 - p_1 \leq 0 \quad (26)$$

$$g_7 = 0.02 - p_3 \leq 0 \quad (27)$$

$$g_8 = 0.02 - [p_5 - \sqrt{2}(p_4 + p_1 p_2)] \leq 0 \quad (28)$$

$$g_9 = 0.0254 - p_1 p_2 \leq 0 \quad (29)$$

Las Ecs. (8) y (9) corresponden a las funciones objetivo para la optimización de la TVC, las Ecs. (10)-(13) corresponden al modelo dinámico de la TVC de piñón-cremallera, las Ecs. (14)-(19) corresponden al controlador y a la descripción geométrica de los componentes de la TVC, la Ec. (20) es el vector de variables de diseño; donde las cuatro primeras variables corresponden a parámetros estructurales tales como: Numero de dientes del piñón, módulo de diente, altura del piñón y excentricidad máxima de la TVC. Las dos últimas variables de diseño corresponden a las ganancias del controlador PI utilizado en el TVC. Las Ecs. (21)-(29) son las restricciones geométricas y de esfuerzo que se consideraron para el sistema de engranajes.

DISCUSIÓN DE RESULTADOS

En el presente trabajo se realizaron 10 simulaciones independientes y en cada una de ellas se estableció el siguiente conjunto de parámetros para su ejecución: tamaño de la población $NP = 200$, número máximo de generaciones $G_{MAX} = 100$, los parámetros F y CR se generaron de manera aleatoria por generación en los siguientes intervalos $[0.3, 0.9]$ y $[0.8, 1.0]$ respectivamente. Esto refleja que ED no mostró sensibilidad a los valores de estos 2 parámetros, lo que representa una ventaja para el proceso de solución del problema, pues no se requirió esfuerzo para calibrarlos. Los intervalos se determinaron en forma empírica. Los valores utilizados para llevara cabo las 10 simulaciones numéricas fueron los siguientes: $b_1 = 1.1 Nms / rad$, $b_2 = 0.05 Nms / rad$, $r = 0.0254 m$, $T_m = 8.789 Nm$, $T_L = 0 Nm$, $\lambda_s = 5.4271^\circ$, $\phi = 20^\circ$, $M = 10 Kg$, $r_p = 4.188E - 03 m$, $K_f = 63.92E - 03 Nm / A$, $K_b = 63.92 E - 03 Nm / A$, $R = 10 \Omega$, $L = 0.01061 H$, $b_l = 0.015 Ns / m$, $b_c = 0.025 Nm / rad$ y $n = (22 * 40 * 33) / (9 * 8 * 9)$. Las condiciones iniciales fueron: $x(0)^T = [7.5, 0, 0, 0]^T$ y la salida de referencia fue $x_{ref} = 3.2$.

Las 10 simulaciones se llevaron a cabo en una plataforma computacional consistente en una PC con un Procesador Pentium IV a 2.8GHz con 1 Gb de memoria utilizando Matlab 6.5 Release 13. En la Figura 3 se muestran los 10 diferentes Frentes de Pareto obtenidos en las simulaciones independientes. Como puede observarse, la ED no presenta sensibilidad a las condiciones iniciales (soluciones aleatorias) ya que en cada ejecución obtiene de manera consistente un conjunto de soluciones no dominadas y todas factibles. Esta es una ventaja sobre enfoques anteriores, donde la propuesta de solución, basada en métodos de programación matemática, fue muy sensible a las condiciones iniciales (punto de inicio) [2].

Por otro lado se puede observar que el tiempo computacional en cada una de las simulaciones no tiene gran variación, en promedio se está obteniendo una solución cada 17 minutos en cada ejecución, lo que representa un tiempo razonable de búsqueda de soluciones. La Tabla 1 muestra los tiempos de simulación y la cantidad de soluciones obtenidas en cada una de ellas. La conformación del Frente final de Pareto se realizó mediante el filtrado por el criterio de no dominancia de los 10 Frentes de Pareto independientes. El Frente de Pareto final se muestra en la Fig. 4. Dicho Frente consta de 72 soluciones no dominadas. Un punto a mejorar en este trabajo es el mecanismo de crowding, pues en algunas ejecuciones (por ejemplo, la primera gráfica en la Figura 3) en diversas zonas del Frente no se pudieron generar puntos.

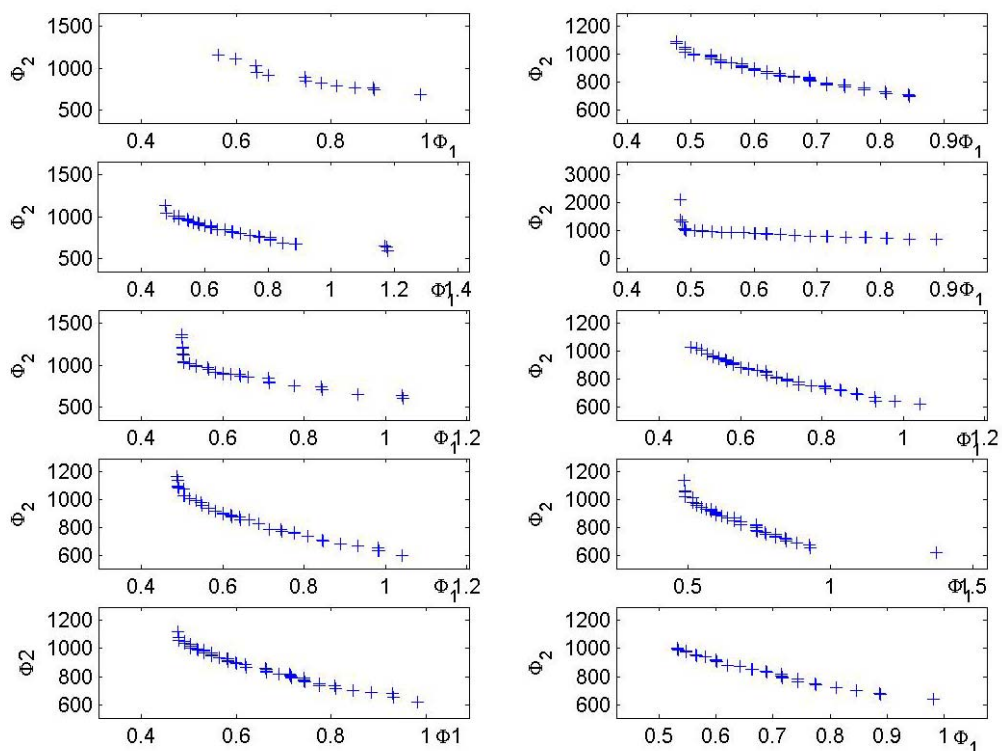


Figura 3: Frentes de Pareto que se obtuvieron de las simulaciones independientes.

De la Tabla 2, se puede observar que las soluciones del Frente de Pareto Final, ofrecen al diseñador varias alternativas para la implementación práctica del rediseño de la TVC. Si consideramos las soluciones en el área media de dicho Frente, se observan mejoras desde el punto de vista mecánico ya que el tamaño del sistema de engranajes disminuye al disminuir el módulo de construcción del piñón (m) y aumentar el número de dientes (N), así como disminuir la altura del mismo (h); lo que produce un tamaño más compacto de la TVC. Por otro lado, desde el punto de vista del controlador, los valores obtenidos para las ganancias del controlador PI (K_p, K_i) permiten una fácil implementación del mismo. Lo anterior es una ventaja de la ED ya que la búsqueda de soluciones se inicia con un conjunto de las mismas que se generaron aleatoriamente lo que no asegura que dichas soluciones iniciales sean buenas o factibles.

Tabla 1: Tiempo de duración y número de soluciones no dominadas obtenidas en cada simulación.

Simulación	Tiempo de duración/Hrs	Soluciones no dominadas
1	11.18	36
2	12.56	57
3	12.50	48
4	12.82	37
5	12.23	31
6	11.42	47
7	12.39	41
8	12.07	44
9	12.35	55
10	12.66	32
Promedio	12.21	42.8

CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado la utilización de un algoritmo de ED para optimización multiobjetivo con la finalidad de encontrar el conjunto de parámetros óptimos de rediseño de una transmisión de variación continua. Lo anterior dentro del marco de diseño mecatrónico, al establecerse el problema de diseño óptimo paramétrico considerando dos funciones objetivo, una de las cuales tiene que ver con la estructura física del sistema de engranes de la TVC y la otra relacionada con la energía del controlador. Además se consideraron restricciones del tipo geométricas y de esfuerzo del sistema de engranes de la TVC. Una de las primeras características observadas es que las modificaciones realizadas al algoritmo estándar de ED no requieren de una implementación costosa. De los resultados obtenidos se puede concluir que el algoritmo propuesto no presenta sensibilidad a las condiciones iniciales de búsqueda de soluciones ya que los resultados en cada simulación independiente son competitivos desde el punto de vista del diseñador. Por otro lado, el tiempo computacional requerido por esta versión de ED para producir una solución es razonable, tomando en cuenta que no necesita conocimiento previo del problema (las soluciones iniciales se generan de manera aleatoria). Desde el punto de vista del diseñador, la cantidad de soluciones obtenidas en el conjunto final de soluciones no dominadas le proporciona al mismo diversas opciones para elegir la que se implementará en el rediseño del sistema.

El presente trabajo es parte del enfoque de diseño mecatrónico al proponer la utilización de algoritmos evolutivos en la solución de problemas que surgen al considerar sistemas físicos que producen problemas que representan un gran reto para el diseñador. Como trabajo futuro, se pretende mejorar el mecanismo de crowding para favorecer la generación de soluciones en algunas regiones que no pudieron ser exploradas en la presente investigación.

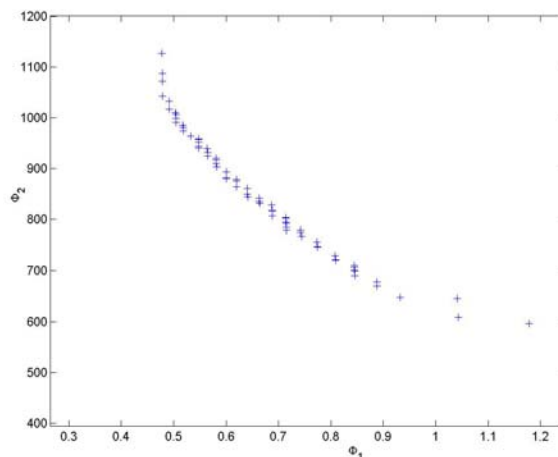


Figura 4: Frente de Pareto final obtenido con el criterio de no dominancia.

REFERENCIAS

1. Alvarez-Gallegos J., Cruz-Villar C., and Portilla-Flores E., Parametric optimal design of a pinion–rack based continuously variable transmission, *In Proceedings of the 2005,IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, pp. 899–904, Monterey California, 2005.
2. Alvarez-Gallegos J. Cruz Villar C.A., and Portilla Flores E.A., Multiobjective Optimal Design of Structure and Control of a Continuously Variable Transmission, *In Proceedings of the 2nd. International Conference on Informatics and Control, Automation and Robotics*, pp. 154-160, Barcelona Spain, 2005.
3. C.B. Reeves, *Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems*, John Wiley and Sons, Great Britain, 1993.
4. K.V. Price, *An Introduction to Differential Evolution*, In David Corne, Marco Dorigo and Fred Glover, editors, *New Ideas in Optimization*, pp. 79-108, Mc Graw Hill, UK, 1999.
5. C.A. Coello Coello, D.A. Van Veldhuizen and G.B. Lamont, *Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems*, Kluwer Academic Publishers, New York, June 2002.
6. Mezura-Montes E., Coello Coello C.A. and Tun-Morales I., Simple Feasibility Rules and Differential Evolution for Constrained Optimization. *In R. Monroy, G Arroyo-Figueroa, L.E. Sucar and H. Sosa, editors, Proceedings of the Third Mexican International Conference on Artificial Intelligence (MICAI'2004)*, pp. 707-716, Heidelberg, Germany, April 2004. Mexico City, Mexico Springer Verlag, Lecture Notes in Artificial Intelligence No. 2972.
7. A. Osyczka, *Multicriterion Optimization in Engineering*, John Wiley and Sons, 1984.

Tabla 2: Conjunto de soluciones no dominadas producidas al filtrar las 10 simulaciones.

N	m	h	e	Kp	Ki	Φ1	Φ2
14	0.0018292	0.021229	0.058946	5.1453	0.037254	1.1780	595.81
16	0.0017717	0.020605	0.059813	5.0164	0.012603	1.0430	608.33
16	0.0017913	0.020530	0.061705	5.0516	0.049324	1.0410	645.03
18	0.0016923	0.020141	0.059238	5.0210	0.020317	0.93202	648.10
19	0.0017096	0.020336	0.054828	5.0086	0.011147	0.88809	669.75
19	0.0017099	0.020381	0.058641	5.0188	0.019115	0.88755	676.29
20	0.0016839	0.020197	0.058055	5.0233	0.011678	0.84588	690.23
20	0.0016841	0.020165	0.056307	5.0474	0.017976	0.84521	699.73
20	0.0016796	0.020097	0.050017	5.0235	0.025975	0.84494	701.53
20	0.0016785	0.020076	0.072830	5.0293	0.032800	0.84453	707.18
20	0.0016762	0.020043	0.075227	5.0123	0.040854	0.84426	710.47
21	0.0016904	0.020277	0.059509	5.0084	0.018844	0.80880	720.30
21	0.0016909	0.020206	0.067292	5.0580	0.010789	0.80958	721.34
21	0.0016805	0.020087	0.070352	5.0741	0.020709	0.80748	726.21
22	0.0016812	0.020072	0.046327	5.0003	0.025442	0.77430	746.44
22	0.0016783	0.020123	0.076795	5.0472	0.020172	0.77393	747.58
22	0.0016737	0.020042	0.068820	5.1420	0.012195	0.77291	756.25
23	0.0016891	0.020184	0.066863	5.0502	0.012071	0.74352	767.59
23	0.0016753	0.020009	0.065418	5.1185	0.010882	0.74227	774.99
23	0.0016792	0.020045	0.065785	5.1302	0.011365	0.74225	778.94
24	0.0016780	0.020067	0.076625	5.0034	0.014588	0.71499	779.06
24	0.0016835	0.020144	0.076899	5.0309	0.012926	0.71492	781.57
24	0.0016884	0.020114	0.064594	5.0258	0.018320	0.71482	792.50
24	0.0016796	0.020134	0.076220	5.0464	0.020939	0.71426	794.61
24	0.0016769	0.020091	0.054530	5.1017	0.010165	0.71393	794.74
24	0.0016815	0.020067	0.067709	5.1225	0.012714	0.71377	802.24
24	0.0016828	0.020079	0.067833	5.1265	0.012878	0.71376	803.67
25	0.0016813	0.020136	0.061761	5.0426	0.010781	0.68838	806.67
25	0.0016858	0.020075	0.064604	5.0393	0.018961	0.68821	815.89
25	0.0016775	0.020091	0.058500	5.0223	0.024802	0.68798	816.49
25	0.0016764	0.020086	0.064950	5.0309	0.025881	0.68772	818.35
25	0.0016790	0.020030	0.062434	5.1422	0.012819	0.68710	828.13
26	0.0016915	0.020259	0.058250	5.0242	0.014112	0.66427	831.31
26	0.0016770	0.020013	0.077979	5.0454	0.019054	0.66346	834.80
26	0.0016732	0.020076	0.062560	5.0462	0.025508	0.66303	842.16
27	0.0016814	0.020114	0.070709	5.0230	0.011566	0.64136	844.29
27	0.0016715	0.020046	0.073931	5.0175	0.020354	0.64081	849.71
27	0.0016785	0.020061	0.051429	5.0071	0.028693	0.64075	860.95
28	0.0016838	0.020164	0.050745	5.0194	0.010696	0.62025	864.30
28	0.0016870	0.020197	0.060540	5.0449	0.014514	0.61965	876.04
28	0.0016802	0.020146	0.074388	5.0582	0.017594	0.61956	878.31
29	0.0016802	0.020137	0.071508	5.0034	0.012430	0.60053	879.48
29	0.0016752	0.020090	0.073080	5.0199	0.012904	0.60022	882.04
29	0.0016817	0.020128	0.071605	5.0212	0.019645	0.60014	892.84
29	0.0016800	0.020063	0.068896	5.0559	0.014110	0.59995	893.63
30	0.0016734	0.020056	0.059807	5.0308	0.012456	0.58154	903.40
30	0.0016749	0.020080	0.066240	5.0382	0.016573	0.58138	910.31
30	0.0016730	0.020061	0.056035	5.0706	0.015407	0.58106	916.64
30	0.0016712	0.020030	0.072344	5.0523	0.023329	0.58094	920.29
31	0.0016894	0.020183	0.063300	5.0288	0.010855	0.56463	924.35
31	0.0016843	0.020141	0.056976	5.0174	0.013972	0.56450	924.38
31	0.0016877	0.020141	0.066646	5.0451	0.014292	0.56434	931.96
31	0.0016757	0.020056	0.070080	5.0587	0.020485	0.56374	938.87
32	0.0016759	0.020067	0.060428	5.0182	0.014736	0.54791	940.30
32	0.0016789	0.020080	0.061009	5.0296	0.014582	0.54789	943.91
32	0.0016802	0.020037	0.067304	5.0621	0.014634	0.54786	951.95
32	0.0016803	0.020077	0.070181	5.0662	0.018316	0.54753	957.75
32	0.0016778	0.020051	0.070065	5.0887	0.015474	0.54736	958.65
33	0.0016709	0.020039	0.068375	5.0308	0.018797	0.53219	963.96
34	0.0016848	0.020175	0.063679	5.0161	0.010093	0.51861	974.01
34	0.0016880	0.020138	0.065064	5.0355	0.013180	0.51821	980.98
34	0.0016766	0.020028	0.069800	5.0783	0.011175	0.51768	984.78
35	0.0016809	0.020035	0.066429	5.0672	0.015570	0.50401	1006.90
35	0.0016713	0.020042	0.069080	5.1106	0.011878	0.50357	1009.70
35	0.0016724	0.020048	0.067356	5.0199	0.015518	0.50419	991.16
35	0.0016736	0.020039	0.064607	5.0119	0.021648	0.50410	998.56
36	0.0016727	0.020040	0.064370	5.0227	0.020681	0.49103	1016.20
36	0.0016778	0.020047	0.062050	5.0171	0.031161	0.49090	1032.30
37	0.0016780	0.020003	0.062496	5.1048	0.010830	0.47847	1042.20
37	0.0016791	0.020096	0.063203	5.0477	0.040543	0.47814	1071.90
37	0.0016816	0.020079	0.063480	5.0316	0.052828	0.47799	1087.30
37	0.0016876	0.020004	0.063603	5.3276	0.022417	0.47682	1126.10